

Ermittlung von Systemkonstanten bei Bedeckungsveränderlichen

Stefan Neßlinger
Dr. Remeis-Sternwarte Bamberg

Ein wichtiges Teilgebiet der Stellarastonomie befasst sich mit der Erforschung von Doppelsternen. Eine herausgehobene Rolle hierbei spielen die Bedeckungsveränderlichen, deren Lichtkurven Aufschluss über eine Vielzahl von Systemparametern geben können. Grundlage zeitgemäßer Doppelsternsimulationen und -analysen ist das Roche-Modell, das Größe und Form der Komponenten unter Berücksichtigung aller wirkenden Gravitations- und Zentrifugalkräfte beschreibt. Ausgehend von diesem Modell wird anhand verschiedener Beispiele die Interpretation von Bedeckungslichtkurven illustriert. Ein kurzer Abriss zu computergestützten Analyseverfahren zeigt die Möglichkeiten und Grenzen moderner Methoden zur Lichtkurvenanalyse auf.

1. Geometrie von Doppelsternsystemen

1.1 Roche-Potential

Eine physikalisch konsistente und realitätsnahe Beschreibung enger Doppelsystems gelingt im Rahmen des sog. Roche-Modells. Dieses Modell beschreibt in einem mit den Komponenten mitrotierenden Koordinatensystem alle Gravitations- und Zentrifugalkräfte, die auf eine kleine Probenmasse m wirken. Dabei werden beide Sterne als Punktmassen M_1 und M_2 genähert:

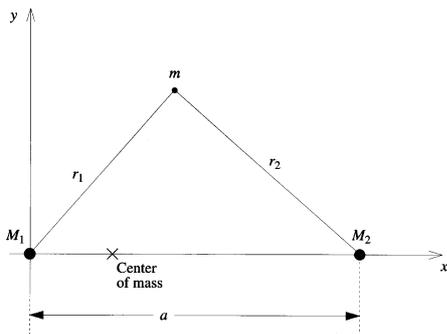


Abb. 1: Der Ursprung des Koordinatensystems wird ins Zentrum der massereicheren Komponente gelegt. a bezeichnet die Entfernung zwischen beiden Massenmittelpunkten (große Halbachse), r_1 und r_2 sind die Entfernungen einer „Probenmasse“ m von den beiden Komponentenmittelpunkten; nach Carroll & Ostlie (1996).

Das Potential Ψ das alle wirkenden Kräfte beschreibt, ergibt sich zu

$$\Psi = -G \frac{M_1}{r_1} - G \frac{M_2}{r_2} - \frac{\omega^2}{2} \left[\left(x - \frac{M_2 a}{M_1 + M_2} \right)^2 + y^2 \right]$$

und wird nach geeigneter Umformung zum Roche-Potential Ω

$$\Omega = -\frac{1}{r_1} + \frac{q}{r_2} + \frac{q+1}{2} (x^2 + y^2) - qx + \left[\frac{q^2}{2(1+q)} \right], \quad q = \frac{M_2}{M_1}, \quad M_1 \geq M_2$$

Nach Wahl eines beliebigen Punktes (x,y) im mitrotierenden Koordinatensystem hängt das Roche-Potential Ω nur noch vom Massenverhältnis q der beiden Sterne ab – dieses bestimmt also letztlich die Kräfteverhältnisse im System und somit auch seine geometrische Gestalt.

1.2 Roche-Äquipotentialflächen

Aufgrund ihres gasförmigen Zustandes nehmen Sterne grundsätzlich einen Zustand niedrigster Energie ein – im freien Raum ist dies die Kugelform. Überall an der Oberfläche eines Sterns herrscht derselbe Betrag der Gravitationskraft. Werden die Kräfteverhältnisse durch die Anwesenheit einer zweiten Komponente verändert, weichen die Flächen konstanten Potentials (und somit konstanter Kraft) von der Kugelgestalt ab.

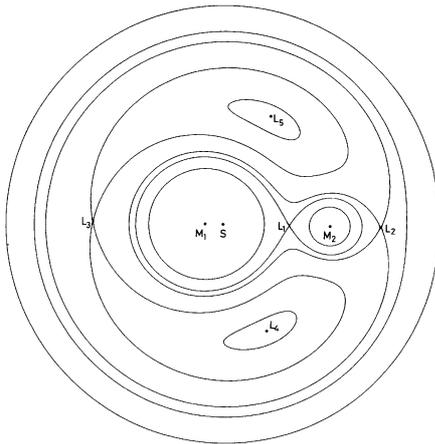
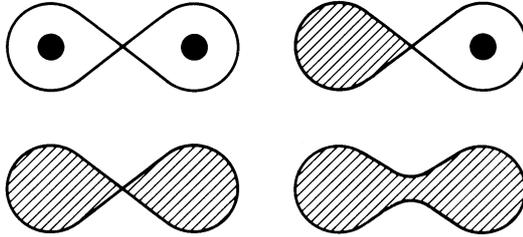


Abb. 2: Schnitt durch Roche-Äquipotentialflächen (Flächen gleicher Kraft) im Raum um zwei Massenzentren M_1 und M_2 . Mit L_{1-5} sind die kräftefreien Lagrange-Punkte bezeichnet. Die Flächen

innerhalb von L_2 können mit Sternmaterie aufgefüllt werden. Entsprechend ergibt sich eine Verformung der einzelnen Komponenten; nach Karttunen (1994).

1.3 Mögliche Konfigurationen von Doppelsternsystemen

Entsprechend der Gestalt der beschriebenen Roche-Äquipotentialflächen gibt es vier fundamentale Konfigurationen für Doppelsterne:



Je nach „Füllgrad“ der Roche-Flächen ergeben sich getrennte, halbgetrennte, Kontakt- oder Überkontaktsysteme.

2. Bedeckungslichtkurven

2.1 Entstehung

Einige Doppelsternsysteme sind so im Raum orientiert, dass sich ihre Komponenten vom Beobachter aus gesehen periodisch gegenseitig verdecken. Je enger die Sterne zusammenstehen und je kürzer ihre Bahnperiode ist, desto wahrscheinlicher kommt es zu solchen Bedeckungen. Im Regelfall können diese Sterne auch in großen Instrumenten nicht aufgelöst werden. Ihr Nachweis erfolgt durch charakteristische periodische Helligkeitsschwankungen als Lichtkurven dargestellt.

2.2 Interpretation von Lichtkurven

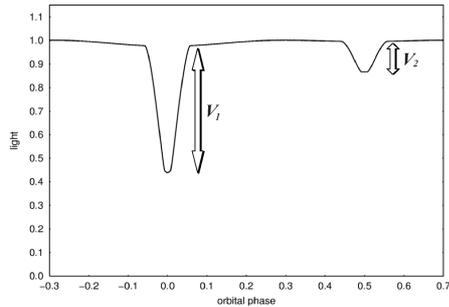
Die Lichtkurven von Bedeckungsveränderlichen verraten viel über das zugrundeliegende Doppelsternsystem. Es bedarf dazu nicht unbedingt ausgeklügelter Computersoftware – schon mit Lineal und Bleistift lassen sich etliche interessante Erkenntnisse gewinnen. Eine schöne Anleitung dazu gibt Wilson (1994). Hier sollen nun einige Auszüge daraus illustriert werden. Man beachte, dass zur korrekten Anwendung des Folgenden eine Auftragung in Fluss- bzw. Intensitätseinheiten F erfolgen muss. Ggf. ist vorher eine Umrechnung aller gemessenen Magnituden gemäß

$$F = 10^{\frac{m_{\max} - m}{2.5}}$$

m_{\max} ist die maximale gemessene Helligkeit (=kleinste Magnitude). In dieser Form führt die Formel zu einer auf den Wert 1 normierten Lichtkurve, was für die weitere Analyse sehr hilfreich ist.

2.2.1 Temperaturverhältnis

In beiden Minima sind die jeweils verdeckten Flächen A gleich groß. Der unterschiedlich starke Helligkeitsabfall (=Verlust an Leuchtkraft) ist somit allein durch die verschiedenen Oberflächentemperaturen der Sterne bedingt:

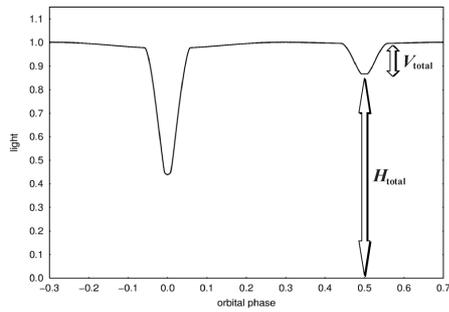


$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{A \cdot S_1}{A \cdot S_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^4 \quad \text{mit } S_{1,2} \text{ Leuchtkraft pro Flächeneinheit}$$

Diese Relation ist nicht ganz exakt, da sie streng nur für bolometrische (also über das gesamte Spektrum integrierte) Helligkeiten bzw. Flüsse gilt. In der Praxis nutzt man zur Beobachtung aber Farbfilter, die nur für einen kleinen Teil des Spektrums durchlässig sind. Für übliche Temperaturverhältnisse ist die angegebene Formel aber ziemlich genau.

2.2.2 Leuchtkraftverhältnis

Im glücklichen Falle eines Systems mit total-ringförmigen Bedeckungen lässt sich aus der Tiefe des totalen Minimums das Leuchtkraftverhältnis ableiten.

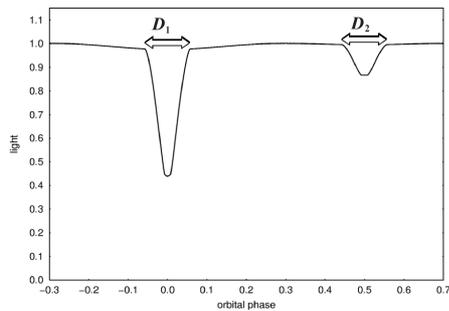


Das Licht des bedeckten Sterns ist vollständig verschwunden, das verbleibende Licht kommt ausschließlich vom bedeckenden Stern:

$$\frac{V_{\text{total}}}{H_{\text{total}}} = \frac{L_{\text{bedeckt}}}{L_{\text{bedeckend}}}$$

2.2.3 Dauer und zeitlicher Abstand der Minima

Bei Kreisbahnen ist für die Dauer der Bedeckungen (1. bis 4. Kontakt) unerheblich, welcher Stern gerade hinten steht, die Dauer beider Minima ist jeweils gleich:

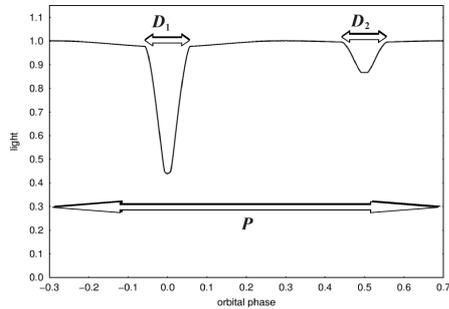


$$D_1 = D_2$$

Auch der zeitliche Abstand der beiden Minima voneinander ist bei kreisförmigen Umlaufbahnen gleich.

2.2.4 Enge des Systems

Ein Umlauf des Systems ist in der Zeit $P=2\pi a/v$ vollendet: die Kreisbahn $2\pi a$ (große Halbachse) wird mit der Geschwindigkeit v zurückgelegt. Ein vollständiges Minimum ist dagegen in der Zeit $D=(2R_1+2R_2)/v$ (R_1, R_2 Radien der Komponenten) durchlaufen: vom 1. bis zum 4. Kontakt muss einer der Sterne seinen eigenen Durchmesser zusätzlich zu dem der anderen Komponente zurücklegen, dieses wieder mit der Geschwindigkeit v .



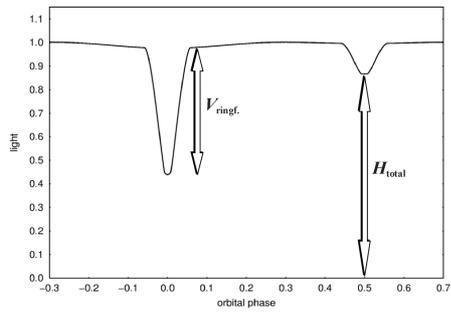
Setzt man diese beiden Zeitdauern ins Verhältnis, ergibt sich daraus ein Zusammenhang zwischen Radiensumme und Entfernung der Sterne voneinander, also ihre relativen Radien:

$$P = \frac{2\pi a}{v}, \quad D_{1,2} = \frac{2R_1 + 2R_2}{v}, \quad \frac{D_{1,2}}{P} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{R_1 + R_2}{a} \right)$$

Es handelt sich somit um ein Maß für die Enge oder Weite des Systems – je größer der zeitliche Anteil der Minima an der gesamten Lichtkurve, desto enger stehen die Sterne beisammen (bezogen auf ihre Radien).

2.2.5 Radienverhältnis

Bei ringförmig-total bedeckenden Systemen lässt sich zusätzlich noch eine Aussage über das Verhältnis der Radien treffen:



Das verbleibende Licht im totalen (hier Sekundär-) Minimum, entsprechend der Leuchtkraft der Primärkomponente, wird in Beziehung gesetzt zum verschwundenen Licht im ringförmigen (hier Primär-) Minimum, das dem Bruchteil der Leuchtkraft der Primärkomponente entspricht, der durch die Sekundärkomponente verdeckt wird:

$$\frac{V_{\text{ringf.}}}{H_{\text{total}}} = \frac{L_1 \cdot R_2^2 / R_1^2}{L_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2}, \text{ mit den Radien } R_1 \text{ und } R_2 \text{ der Komponenten.}$$

2.2.6 Inklination

Vergrößert sich die Neigung der Bahnebene des Doppelsterns gegen die Sichtlinie (=Verkleinerung der Inklination), werden beide Minima in charakteristischer Weise schwächer und schmaler:

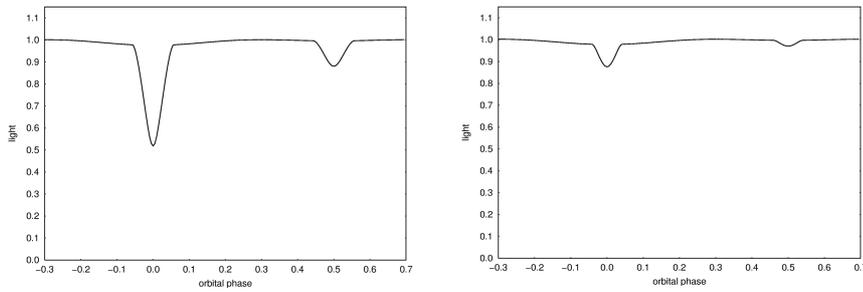


Abb. 3: Abschwächung und Verkürzung der Minima bei abnehmender Inklination.

2.3 Zusätzliche Faktoren

2.3.1 Gezeitenverformung

Gezeitenverformung bezeichnet die Abweichung der Sterngestalt von der Kugel- form, hervorgerufen durch die Anwesenheit einer zweiten Komponente. In diesem Falle weisen die Sterne dem Beobachter während der Quadraturphasen eine größere Fläche zu als um die Minima herum – Helligkeitsschwankungen auch außerhalb der Minima sind die Folge:

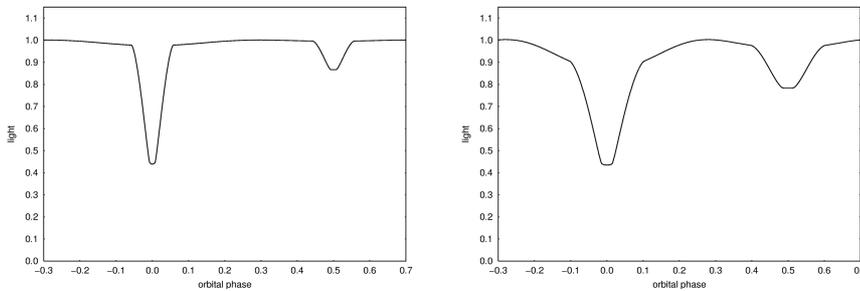


Abb. 4: Die unverformte Lichtkurve eines weit getrennten Systems im Vergleich mit derjenigen eines engen Systems mit gezeitenverformten Komponenten.

2.3.2 Exzentrische Bahnen

Bewegen sich die Sterne nicht auf kreisförmigen Bahnen um das gemeinsame Massenzentrum, verkompliziert sich die Situation. Abstände und Dauer der beiden Minima sind nicht mehr immer gleich. Außerdem verändern sich diese Charakteristika auch noch permanent mit der Apsidendrehung, da der Beobachter die Ellipse der Bahn aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet.

2.4 Parametereingrenzung

Mit den genannten Regeln sollte es leicht fallen, fundamentale Größen des betrachteten Bedeckungsveränderlichen zumindest grob einzugrenzen. Von großer Bedeutung ist dies, wenn darüber hinaus eine eingehende Analyse mit computergestützten Verfahren durchgeführt werden soll, da die Programme nur dann erfolgversprechend arbeiten, wenn die möglichen Lösungen bereits eingeschränkt wurden.

3. Parameterbestimmung

3.1 Software

Ziel der Lichtkurvenanalyse wird es letztlich sein, die physikalischen Größen des betreffenden Doppelsternsystems möglichst genau zu bestimmen. Dazu werden aus Modellen und verschiedenen Parametern (wie Inklination, Massenverhältnis, Temperaturen usw.) erzeugte synthetische Lichtkurven durch geeignete Variation dieser Parameter möglichst gut mit der beobachteten Lichtkurve zur Deckung gebracht. Dieser Optimierungsprozess ist sinnvoll nur am Rechner möglich.

Das Doppelsternmodell muss physikalisch konsistent sein. Nur dann ist die Annahme gerechtfertigt, dass bei Übereinstimmung von gemessener und theoretischer Lichtkurve die verwendeten Parameter den echten physikalischen Größen des Bedeckungsveränderlichen entsprechen.

Zwei typische PC-Programme, die Modell- und Optimierungsroutine beinhalten, sind „dc“ von Wilson & Devinney (1971), das immer wieder auf den neuesten Stand gebracht wird, sowie „MORO“ von Drechsel et al. (1995).

3.2 Ablauf der computergestützten Lichtkurvenanalyse

Allen derartigen Programmen gemeinsam ist das Ziel, die Abweichung zwischen gemessener und künstlich erzeugter Lichtkurve zu minimieren. Da zeitgemäße Modelle zur Erzeugung synthetischer Lichtkurven viele einzelne Parameter (üblicherweise mehr als 10, gelegentlich sogar über 20) verwenden, ist ein systematisches „Durchprobieren“ aller möglichen Kombinationen (10 Milliarden im Falle von 10 Parametern!) mit den Kapazitäten heutiger Rechner nicht möglich.

Man ist also auf andere Verfahren angewiesen, die beste Parameterkombination möglichst effizient zu finden. Hier verfolgen die verfügbaren Programme verschiedene Ansätze, die allesamt in mathematischen Optimierungsverfahren gründen. Bekannte Beispiele sind das Verfahren der sog. „Differential Corrections“ im Falle von „dc“ bzw. der Simplex-Algorithmus, wie er in „MORO“ verwendet wird.

Alle derartigen Verfahren haben unterschiedliche Vor- und Nachteile. Gemeinsam ist ihnen jedoch, dass sie nur dann zielführend arbeiten, wenn die gesuchte Lösung bereits im Vorfeld möglichst gut eingegrenzt wurde.

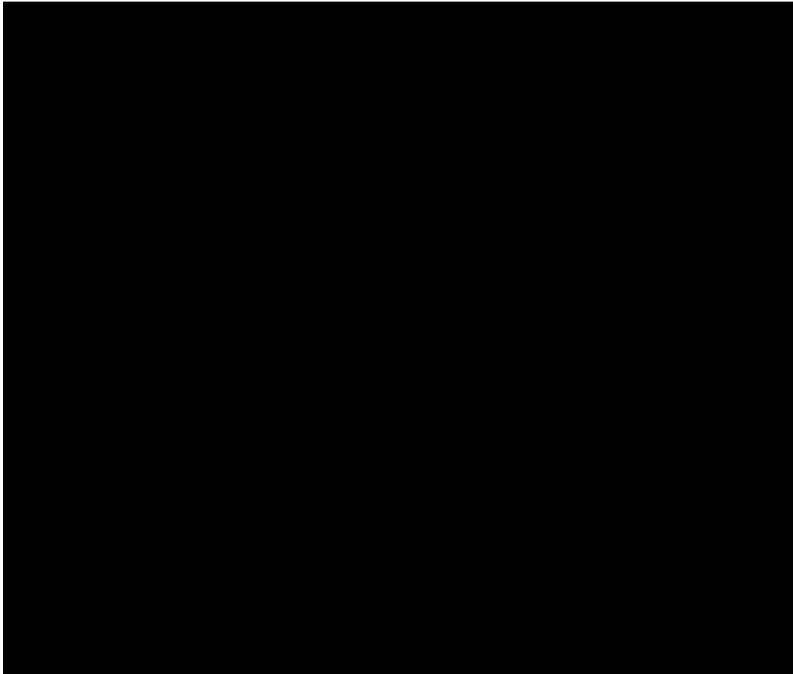


Abb. 5: Darstellung eines zweidimensionalen „Parameterraums“. Auf den beiden unteren Achsen sind die Parameter T_2 (Temperatur der Sekundärkomponente) und i (Inklination) gegeneinander aufgetragen. Jeder Punkt in der Ebene entspricht einer Kombination dieser beiden Parameter. Nach oben hin ist zu jeder Parameterkombination die Abweichung der damit erzeugten synthetischen Lichtkurve von einer gemessenen Lichtkurve aufgetragen. In der dadurch entstehenden Berg- und Tallandschaft müssen Optimierungsroutinen das absolute Minimum (das tiefste Tal) finden. Höherdimensionale Parameterräume zur gleichzeitigen Berücksichtigung mehr als nur zweier Parameter sind nicht nur unanschaulich, sondern auch wesentlich komplexer strukturiert als das gezeigte Beispiel; nach Kallrath & Milone (1999).

3.3 Bestimmbarkeit von Parametern

Da Bedeckungslichtkurven keine Information über die absolute Ausdehnung des zugrundeliegenden Systems enthalten, können sie keinen Ersatz für spektroskopische Beobachtungen darstellen. Aus den Lichtkurven lassen sich demnach nicht die absoluten Zustandsgrößen der Sterne entnehmen; nur die Verhältnisse der Zustandsgrößen Temperatur, Leuchtkraft, Radius und Masse hinterlassen ihre Spuren in der Lichtkurvengestalt.

Auf der anderen Seite leidet die Spektroskopie unter der unbekanntem Bahnneigung (Inklination) des Systems. Diese Größe lässt sich jedoch im Allgemeinen aus Lichtkurven ausgezeichnet ableiten. Hat man im Idealfall sowohl spektroskopische als auch photometrische Messungen zur Verfügung, lassen sich sämtliche

Parameter eines Doppelsterns absolut bestimmen – in diesem Sinne leistet die Lichtkurvenanalyse einen kaum zu überschätzenden Beitrag zu unserem Verständnis der Sterne.

4. Literatur

Carroll, B. W. & Ostlie, D. A. 1996: "An Introduction to Modern Astrophysics", Springer 1996

Drechsel, H. et al. 1995, Astronomy & Astrophysics, 294, 723

Kallrath, J. & Milone, E. F. 1999: "Eclipsing Binary Stars", Springer 1999

Karttunen, H. et al. 1994: "Fundamental Astronomy", Springer 1994

Wilson, R. E. & Devinney, E. J. 1971, Astrophysical Journal, 166, 605

Wilson, R. E. 1994, IAPPP Communications, Spring 1994

Stefan Nesslinger, Dr. Reimis-Sternwarte Bamberg, Astronomisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg, Sternwartstr. 7.

E-Mail : stefan.nesslinger@sternwarte.uni-erlangen.de