### AR Her: Phasenmodulation der Lichtkurve

# Lienhard Pagel

**Abstract:** The phase shift of the maximum data of the variable star AR HER is analysed from 1931 until 2007. A strong correlation with Blazhko – period of 32,5 days is recognised in wide range of time. The shift of the maximum time is measured up to 0,045 of the pulsation period of about 0,47 days.

Der RR-Lyrae-Stern AR Her hat eine Periode von etwa 0,47 Tagen. Die Amplitude ändert sich mit einer Periode von etwa 32 Tagen. AR Her zeigt also einen ausgeprägten Blazhko-Effekt. Seit 1904 liegen Beobachtungen der Maximums-Zeitpunkte vor [4].

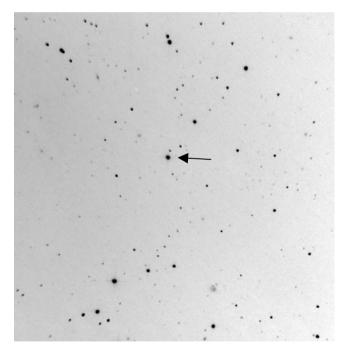


Bild 1: AR Her 570 sec belichtet, 10.59 – 11.63 mag, 18" Newton, CCD-Kamera Artemis 4021

Das (B-R)-Diagramm in Bild 2 zeigt eine gewisse Streuung der Maxima - Zeitpunkte und auch eine globale leichte Änderung der Periode. Husar [1] liefert eine andere Interpretation der (B-R)-Kurve. Auf die verschiedenen Interpretationsmöglichkeiten der (B-R)-Kurve soll hier nicht eingegangen werden. Smith at al [2] haben die Blazhko-Periode und die Lichtkurven im Zeitraum 1994 bis 1995 analysiert und eine Abhängigkeit der Phase des Maximum-Zeitpunktes von der Amplitude gefunden. Genau diese Phasenverschiebung wird in diesem Beitrag untersucht.

### Phasenmodulations-Analyse

Wenn die Amplitudenmodulation mit der Phasenmodulation (Bild 3) korreliert, müsste die (B-R)-Kurve mit der Blazhko-Periode moduliert sein und einen Teil der Streuung der Maximum - Zeiten verursachen.

B-R-Diagrammm Epoche= 17060.400000 Per. = 0.469988 Anzahl Maxima = 490

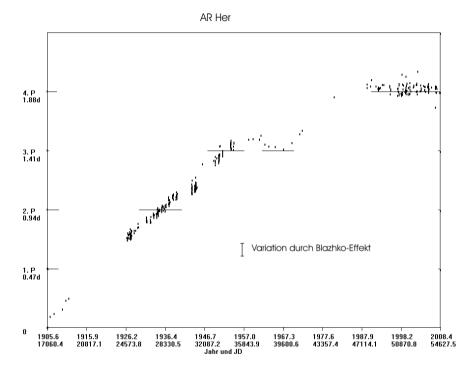


Bild 2: (B-R)-Diagramm AR Her von 1905 bis 2008 nach GEOS (453 Maxima) und BAV Daten (37 Maxima)

Wenn nun eine Phasenverschiebung in geeigneter Weise zu den Maximum - Zeiten subtrahiert (oder addiert) würde, müsste die Streuung der (B-R)-Kurve kleiner werden können. Die Streuung der (B-R)-Kurve hat allerdings noch einen Anteil, der durch die Bobachtungsungenauigkeiten verursacht wird.

Wenn man davon ausgeht, dass die Phasenmodulation über längere Zeiträume determiniert ist und die Beobachtungsungenauigkeiten statistischen Charakter haben, sollten sich beide Streuanteile trennen lassen.

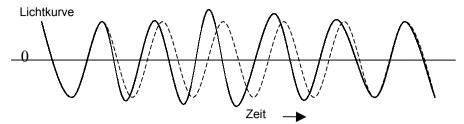


Bild 3: Schematische Darstellung einer Phasenmodulation der Lichtkurve

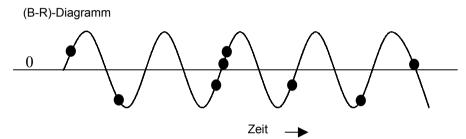


Bild 4: Schematische Darstellung der Phasenmodulation der Maximums-Zeiten im (B-R)-Diagramm, die Punkte stellen beispielhaft Messungen das.

Um diese Hypothese zu überprüfen, wurde ein Computer-Programm mit dem Namen FINDPM geschrieben, das die (B-R)-Kurve darstellt und die Abweichung von der Idealkurve in Form des mittleren quadratischen Fehlers ermittelt. Also, wenn die Maximum - Zeitpunkte exakt der Beziehung

$$MaxR(E) = E_0 + P \bullet E \tag{1}$$

MaxR: Maximum-Zeitpunkt (JD) berechnet, eine diskrete Funktion von E

E<sub>0</sub>: (Epoche Null) Zeitpunkt des erstem Maximums oder

Ausgangsepoche

P: Periode (in Tagen)

E: Epochenzahl (E = 0,1,2,3,...)

folgt, kann bei geeigneter Wahl von E<sub>0</sub> und P der quadratische Fehler zu Null werden.

Die (B-R)-Kurve zeigt MaxB-MaxR in Abhängigkeit von E oder MaxR(E). MaxB ist hier der beobachtete Maximums-Zeitpunkt (JD).

Zum Test der Hypothese der Phasenmodulation wird nun der Einfachheit halber ein sinus-förmiger Test-Zeitbetrag zur Gleichung (1) nach der Beziehung

$$MaxR(E,P_{PM}) = E_0 + P \bullet E + A_{PM} \bullet \sin(E \bullet 2\pi/(P_{PM}/P) + E_{PM})$$
 (2)

A<sub>PM</sub>: Amplitude der Phasenmodulation

P<sub>PM</sub>: Periode der Phasenmodulation (könnte die Blazhko-Periode sein)

E<sub>PM</sub>: Epoche der Phasenmodulation

addiert. Andere Funktionen außer der Sinus-Funktion könnten bessere Ergebnisse liefern, müssten aber noch gefunden werden.

Die Auswertung erfolgt an Hand einer Phasenmodulations-Testkurve (Nachfolgend PM-Testkurve genannt), die den quadratischen Fehler in Abhängigkeit von der Testfrequenz nach der Beziehung (3) zeigt. Für jede Testfrequenz wird die Testepoche  $E_{PM}$  so eingestellt, dass der Fehler minimal wird. Der PM-Test zeigt also die minimale quadratische Fehlersumme, also das Quadrat der Standardabweichung  $SA^2$ , in Abhängigkeit von der Testfrequenz  $P_{PM}$ .

$$SA^{2}(P_{PM}) = \underset{E_{PM}=0}{Min} \left( \sum_{E=N_{1}}^{N_{2}} (MaxB - MaxR(P_{PM}))^{2} \right)$$
(3)

MaxR wird nach (2) berechnet. N1 und N2 definieren den Beginn (Epoche) und das Ende (Epoche) des analysierten Zeitraums. Das "Min" bedeutet, dass  $E_{PM}$  von Null beginnend bis  $P_{PM}$  variiert wird und das Minimum genommen wird. Die Test-Amplitude  $A_{PM}$  wird manuell auf minimalen Fehler angepasst.

Die prinzipielle Gestalt der (B-R)-Kurve mit Phasenmodulation veranschaulicht Bild 4. Die ungleichmäßige Verteilung der Messpunkte erzeugt den Eindruck eines statistisch begründeten Fehlers. Die Hypothese geht davon aus, dass die (B-R)-Kurve die in Bild 4 schematisch gezeichnete Gestalt hat. Für die Lichtkurve des Sternes handelt es sich um einen Phasenmodulation der Periodenfrequenz. Sie ist auch als Frequenzmodulation interpretierbar. In der (B-R)-Kurve stellt sich diese als Amplitudenmodulation dar. Wird nun die Sinuskurve in geeigneter Weise subtrahiert, kann die Summe der Abweichungen minimiert werden.

Generell handelt es sich bei diesem Verfahren um eine Methode zum Auffinden von Phasenmodulationen in Lichtkurven. Die Ursachen für solche Phasen-Änderungen können vielfältig sein. Der Blazhko-Effekt bei RR-Lyrae-Sternen ist allerdings nur ein Beispiel. Ist ein Veränderlicher Bestandteil eines Doppel- oder Mehrfach-Sternsystems, kann die Phasenverschiebung maximal die Verzögerungszeit vom nächsten bis zum fernsten Punkt betragen. Die Periode ist dann die Umlaufperiode des Veränderlichen. Auch unsere Bewegung im Sonnensystem verursacht eine Phasenmodulation mit einer Amplitude von maximal etwa 8 Minuten. Um diese Modulation zu entfernen, wird der heliozentrische Zeitpunkt des Maximums berechnet und verwendet

### Testbeispiel AR Her 1943 bis 1944

Nachfolgend soll das Suchverfahren an Hand einiger Beispiele innerhalb der (B-R)-Kurve von AR Her demonstriert werden. Aus dem Zeitraum 1943 bis 1945 liegen zuverlässige Messwerte für Maxima vor, die von Borowski [3] analysiert wurden. Er fand für diesen Zeitraum eine Periode von 0,47002 d und Blazhko-Periode von 31,5494 d.

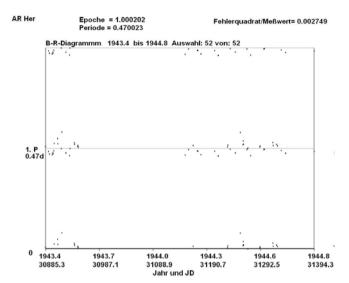
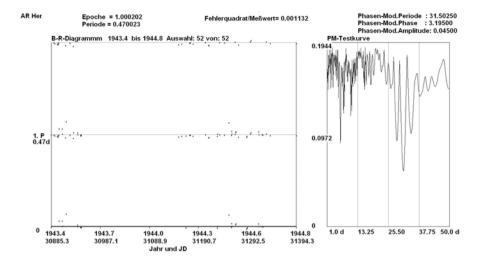


Bild 5: (B-R)-Kurve für den Zeitraum 1943 bis 1944. Ausgewertet wurden 52 Maxima.

Bild 5 zeigt das(B-R)-Diagramm ohne die Phasenkorrektur. Die Periode von 0.470023 d ist für diesen Bereich angepasst. Wird nun der Suchalgorithmus angewendet, ergibt sich die im Bild 6 rechts dargestellte PM-Testkurve. Insgesamt werden 100 gleich verteilte Perioden  $P_{\text{PM}}$  getestet. 100-mal wird die beste Epoche  $E_{\text{PM}}$  gesucht. In Schritten von 0,005 wird recht grob die beste Amplitude  $A_{\text{PM}}$  gesucht. Der Rechenaufwand ist erheblich, so dass die Analyse eines Zeitraumes mit einem 3 GHz PC einige Minuten dauert.

Das Ergebnis der Analyse zeigt Bild 5. Ein Minimum ist bei einer PM-Periode von 31.5025 d zu erkennen. Die PM-Amplitude ist mit 0,045 der Periode eingestellt. Das linke Diagramm zeigt für diesen Fall die (B-R)-Kurve.

Der betrachtete Zeitraum zeigt im (B-R)-Diagramm eine gegenüber Bild 5 deutlich geringere Streuung. Die Testkurve sieht recht eindeutig aus. Die Hypothese ist damit gut bestätigt. Der Wert der PM-Periode ist in der Nähe der Blazhko-Periode, so dass die Ursache höchstwahrscheinlich mit der Blazhko-Periode im Zusammenhang stehen sollte. Der Rest des Fehlers ist in statistischen Fehlern, Interferenzen im Zusammenhang mit Beobachtungspausen und sicher auch darin begründet, dass die Funktion, nach der die Phasenmodulation stattfindet, nicht unbedingt sinus-förmig sein muss. Hinweise darauf, dass die Phasenverschiebung in der Nähe des Maximums der Blazhko-Periode besonders stark ist, also nicht sinus-förmig, ist in [2] zu finden. Hier liegt noch ein weites Feld für detaillierte Erkundungen.



Bilde 6: Der gleiche Zeitraum nach Addition der Frequenzmodulation von 31,5025 Tagen. Rechts die Frequenzanalyse mit dem minimalen Fehler bei 31,5025 Tagen.

#### Analyse des Zeitraumes 1931 bis 1939

Welche Ergebnis liefert die Analyse, wenn ein größerer Zeitraum betrachtet wird? Für den Zeitraum von 1931 bis 1939 liegen recht homogene Beobachtungsdaten vor. Auch der dieser Zeitraum zeigt eine PM-Periode bei 31,55. Das Minimum der Blazhko-Periode wird, so wie übrigens auch im Bild 6, von 2 Nebenminima begleitet. Bild 7 zeigt sie im Detail.

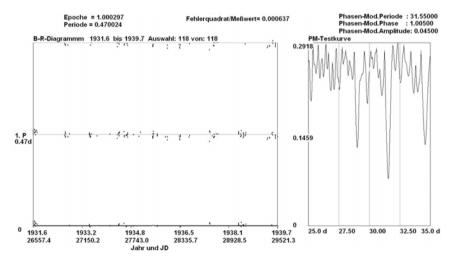


Bild 7: Analyse des Zeitraumes 1931 bis 1939

Diese Nebenminima entstehen durch die jährlichen Beobachtungspausen. Wenn in den Beobachtungspausen je eine Blazhko-Periode addiert oder subtrahiert wird, dann ist die Anpassung innerhalb der Beobachtungsperiode zwar nicht mehr perfekt, aber über den gesamten Zeitraum wieder einigermaßen passend. Deshalb sind die Nebenminima schwächer und bei der Periode 13/12 und 11/12 der Blazhko-Periode lokalisiert. Weiter entfernt liegende Nebenminima haben noch geringere Amplituden. Werden die Jahre einzeln untersucht, werden die Perioden der Nebenminima nicht gefunden, was diese Interpretation stützt. Die weiteren flacheren Minima entstehen durch weitere Resonanzen mit den periodischen Beobachtungspausen. Die Suche nach der doppelten Blazhko-Frequenz (halbe Periode) liefert bei der erwarteten Periode von 15,776 d kein Minimum, allerdings ein dominantes Minimum bei 16,02 d. Diese Abweichung ist noch nicht erklärbar und bedarf weiterer Untersuchungen.

#### Aktuelles Verhalten von AR Her

Wie sieht es nun aktuell mit der Blazhko-Periode aus? Bild 8 zeigt eine Analyse ab 1999. Hier ist ein Minimum bei 31,875 d erkennbar. Das sieht nach einer Vergrößerung der Blazhko-Periode aus. Die PM-Testkurve ist für diesen Zeitraum allerdings nicht so eindeutig und recht chaotisch. Ob dies an AR Her oder der Qualität der Lichtkurven liegt, ist noch nicht entschieden. Der rechte Teil von Bild 8 zeigt die Testkurve im interessierenden Bereich um die Blazhko-Periode.

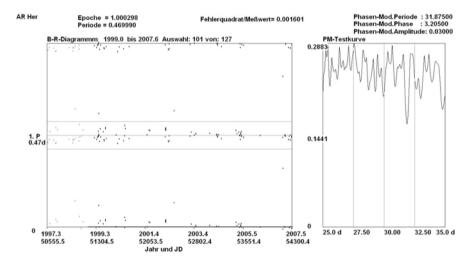


Bild 8: Analyse des aktuellen Zeitraums ab 1999.

Bisher wurden vorwiegend nur Minima in der Nähe der Blazhko-Periode betrachtet. Wie sind jedoch die anderen Bereich der Testkurve zu interpretieren? Insbesondere ist die Frage zu klären, welche weiteren Minima von AR Her verursacht werden, also eine reelle Ursache haben und welche Minima durch die Verteilung der Beobachtungszeitpunkt und systematische Messfehler verursachte werden. Die recht große Zahl von Minimum - Peaks bei kleinen Perioden ist sicher auf Interferenzen mit der Periode P und der Verteilung der Messungen zurückzuführen. Auch hier sind noch weiter-

gehende Untersuchungen erforderlich. Die gezielte Suche nach Vielfachen der Blazhko-Periode und nach Bruchteilen der Blazhko-Periode (Oberwellen) lässt noch viele interessante Ergebnisse erwarten.

Der von Smith et al [2] untersuchte Bereich von 1992 und 1995 zeigt keine eindeutigen Ergebnisse und wird hier noch nicht diskutiert. Auch der besonders interessante Zeitraum von 1957 bis 1987 zeigt keine eindeutigen Ergebnisse und muss auch noch eingehender untersucht werden.

## Eigenschaften der Testkurve

Welche weiteren Eigenschaften hat die PM-Testkurve? Folgende Eigenschaften lassen sich aus den ersten Untersuchungen und dem Verfahren selbst ableiten:

- 1. Signifikante Ergebnisse sind nur zu erwarten, wenn die Epoche und die Periode bestmöglich angepasst sind.
- Je größer der untersuchte Zeitraum ist, umso geringer ist die Halbwertsbreite der Minima.
- Beobachtungspausen, also Lücken in der B-R-Kurve erzeugen zusätzliche Minima, insbesondere dann, wenn die Beobachtungslücken periodisch (z.B. jahreszeitlich bedingt) sind.
- Ausreißer in den Datenreihen k\u00f6nnen das Ergebnis der Analyse stark beeinflussen, weil die Quadrate der Abweichungen betrachtet werden.

### Zusammenfassung

Zusammenfassend kann man feststellen, dass es gelungen ist, die Blazhko-Periode mit großer Sicherheit in der B-R-Kurve nachzuweisen. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass die B-R-Kurve an sich keine Informationen zur Amplitude der Lichtkurve enthält

Interessant wird auch die Untersuchung weiterer veränderlicher Sterne. Die Phasen-Modulations-Analyse ist sicher eine noch weiterhin sprudelnde Informationsquelle.

### Literaturangaben:

- D. Husar: AR Herculis: Periodenschwankungen und Blazhko-Effekt, BAV-Rundbief 2003-1
- 2 H.A. Smith et al: The Blazhko Effect of AR Herculis, The Astronomical Journal, 118:572-597,199 July
- 3 K.J. Borkowski: Blazhko Effect in the RR Lyr Variable AR Her as a Result of Double Mode Pulsation, Acta Astronomica, Vol. 30(1980) No.4
- 4 GEOS Datenbank: http://dbrr.ast.obs-mip.fr/htfiles/targ0005.html

Lienhard Pagel, Mecklenburger Str. 87, 18311 Klockenhagen Lienhard.Pagel@uni-rostock.de oder Lienhard.Pagel@t-online.de